

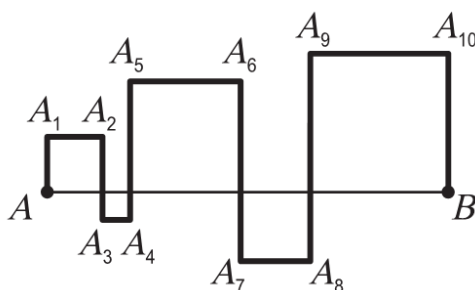
## Олимпиада имени Шалтая Смагулова по математике

Первый тур, 7 класс, 12 ноября, 2017 г.

Результаты олимпиады появятся в течение недели на сайтах [www.matol.kz](http://www.matol.kz) и [www.al-farabi.kz](http://www.al-farabi.kz)

### Задачи, оцениваемые в 2 балла

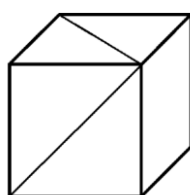
1. Пусть  $S = \underbrace{999\dots 9}_{100 \text{ раз}} : 99$ . Найдите сумму цифр числа  $S$ .
2. Найдите все пары чисел  $(a; b)$ , для которых выполнено равенство:  
$$a^2 + 4b^2 = 2a - 1.$$
3. Произведение четырех различных натуральных чисел равно 100. Чему равна их сумма?
4. На олимпиаде ученику было предложено 20 задач; 10 из них оцениваются в 2 балла, остальные в 3 балла. До появления результатов, ученик думал, что набрал 26 баллов, перепутав баллы за задачи: двухбалльные он посчитал как за трехбалльные, а трехбалльные как двухбалльные. Но в итоге у него оказалось 24 балла. Сколько всего задач он решил на олимпиаде (общее количество двухбалльных и трехбалльных задач)?
5. В треугольнике  $ABC$  его медиана  $MC$  равна стороне  $AB$ . Пусть  $D$  – середина отрезка  $MC$ . Найдите угол  $ADB$ .
6. Чтобы получить число  $a$ , число  $b$  нужно возвести в куб, чтобы получить число  $b$ , число  $c$  нужно возвести в квадрат. В какую степень нужно возвести  $c$ , чтобы получить  $a$ ?
7. Приведите пример двухзначного числа, у которого произведение цифр, умноженное на сумму цифр, равно 84.
8. Из 101 далматинца у 29-ти пятно только на левом ухе, у 17-ти — только на правом ухе, а у 22 далматинцев нет пятен на ушах. Сколько далматинцев имеют пятно на правом ухе?
9. Отрезок  $AB$  пересечен ломаной линией, как показано на рисунке. При этом получилось 5 квадратов. Чему равна длина ломаной  $AA_1A_2\dots A_{10}B$ , если длина  $AB$  равна 10 см?



10. Прямоугольная таблица горизонтальными и вертикальными прямыми разбита на единичные клетки, и в каждую клетку записано по одному числу. В таблице 8 столбцов, сумма чисел в каждом столбце равна 10, а в каждой строке равна 20. Сколько в таблице строк?

### Задачи, оцениваемые в 3 балла

11. Четверо кузнецов должны подковать 5 лошадей. За какое наименьшее время они могут это сделать, если на одну подкову один кузнец затрачивает 5 минут, а лошадь не может стоять на двух ногах?
12. Числитель дроби увеличили на 50%. На сколько процентов надо уменьшить её знаменатель, чтобы в итоге дробь возросла втрое?
13. Чему равно минимальное значение функции  $f(x) = x^2 + 6x + 2017$ .
14. Сколько натуральных пар  $(x; y)$  удовлетворяют уравнению  $x \cdot y^2 = 2^{2017}$ .
15. Если к натуральному числу  $n$  прибавить сумму его цифр, то получится 2018. Найдите все такие  $n$ .
16. Обозначим через  $n!$  произведение всех натуральных чисел от 1 до  $n$ . Вася заметил, что все числа  $n!$ ,  $(n+1)!$ ,  $(n+2)!$ ,  $(n+3)!$  и  $(n+4)!$  оканчиваются четырьмя ноликами. Сколькими ноликами оканчивается число  $(n+5)!$ ?
17. Целое число  $n$  имеет два натуральных делителя, а число  $n+1$  – три натуральных делителя. Сколько натуральных делителей имеет число  $n+2$ ?
18. Два велосипедиста одновременно выезжают навстречу друг другу со скоростями 11 и 14 км/час. В момент выезда расстояние между велосипедистами 75 км. В этот же момент вместе с одним из велосипедистов вылетает муха со скоростью 15 км/час и летит на встречу со вторым велосипедистом, встретившись со вторым велосипедистом, она разворачивается и летит к первому велосипедисту. Затем она снова разворачивается, и так она летает между велосипедистами до момента их встречи. Сколько км пролетела эта муха?
19. Чему равен угол между диагоналями граней куба, изображенными на рисунке ниже?



20. На одной прямой отметили 9 точек, а на другой прямой также отметили 9 точек, и, точку пересечения этих прямых, отметили как 19-ю точку. Сколько имеется треугольников с вершинами в данных точках?