

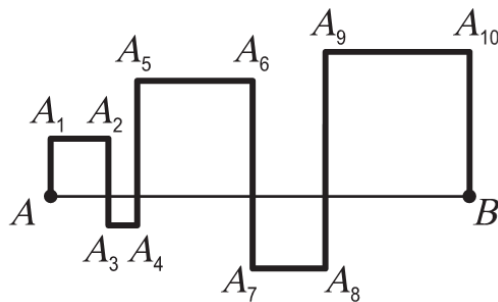
Математикадан Шалтай Смағұлов атындағы олимпиада

Бірінші тур, 7 сынып, 12 қараша, 2017 ж.

Олимпиада нәтижелері www.matol.kz және www.al-farabi.kz сайттарында бір апта ішінде жарияланады

2 ұпайға бағаланатын есептер

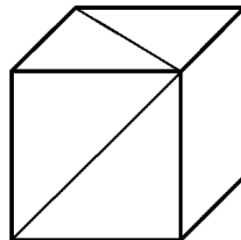
1. $S = \underbrace{999\dots9}_{100 \text{ рет}} : 99$ болсын. S санының цифрларының қосындысын табыңыз.
2. $a^2 + 4b^2 = 2a - 1$ теңдеуін қанағаттандыратын барлық $(a; b)$ жұптарын табыңыздар.
3. Әртүрлі төрт натурал санның көбейтіндісі 100-ге тең. Олардың қосындысы нешеге тең?
4. Олимпиадада оқушыға 20 есеп берілді; оның 10 есебі 2 ұпаймен бағаланады, қалғандары 3 ұпаймен. Нәтижелер шыққанға дейін ол 26 ұпай жинадым деп ойлады, себебі есептерге берілетін ұпайларды шатастырып алды: екі ұпайлық есептерді үш ұпайлықтармен, үш ұпайлықтарды екі ұпайлықтармен. Шын мәнінде ол 24 ұпай жинады. Олимпиадада ол барлығы неше есеп шығарды (үш ұпайлық және екі ұпайлық есептерді санағанда)?
5. ABC үшбұрышында оның MC медианасы AB қабырғасына тең. MC қабырғасының ортасы D болсын. ADB бұрышын табыңыз.
6. a санын алу үшін b санын кубтау керек, b санын алу үшін c санын квадраттау керек. a санын алу үшін c санын қандай дәрежеге шығару керек?
7. Санның цифрларының көбейтіндісі мен цифрларының қосындысының көбейтіндісі 84-ке тең болатындай екі таңбалы санға мысал келтіріңіз.
8. 101 далматинецтердің 29-ында дақ тек сол жақ құлақтарында бар, 17-сінде – тек оң жақ құлақтарында, ал 22-сінде мүлде құлақтарында дақ жоқ. Оң жақ құлағында дағы бар далматинецтер нешеу?
9. AB кесіндісі суретте көрсетілгендей сынық сызықпен кесілген. Бұл ретте 5 шаршы пайда болды. AB 10-ға тең болса, $AA_1A_2\dots A_{10}B$ сынығының ұзындығы нешеге тең?



10. Тіктөртбұрышты кесте горизонталь және вертикаль түзулермен бірлік шаршыларға бөлінген және әр шаршыға бір саннан жазылған. Кестеде 8 баған бар, әр бағандағы сандардың қосындысы 10-ға тең, ал әр жолдағы сандардың қосындысы 20-ға тең. Кестеде неше жол бар?

3 ұпайға бағаланатын есептер

11. Төрт ұста 5 атты тағалау керек. Бір тағаға бір ұста 5 минут құртса, ал ат екі аяқта тұра алмаса, онда олар 5 атты ең кем дегенде қанша уақытта тағалайды?
12. Бөлшектің алымын 50%-ке арттырды. Бөлшек үш есе арту үшін бөлшектің бөлімін неше пайызға кеміту керек?
13. $f(x) = x^2 + 6x + 2017$ функциясының ең кіші мәні нешеге тең?
14. $x \cdot y^2 = 2^{2017}$ теңдеуін қанағаттандыратын $(x; y)$ натурал сандарының қанша жұбы бар?
15. Егер натурал n санына оның цифрларының қосындысын қосса, 2018 саны шығады. Осындай барлық n саның табыңыздар.
16. $n!$ белгісі арқылы 1-ден n -ге дейінгі барлық натуралды сандардың көбейтіндісін белгілейік. $n!$, $(n+1)!$, $(n+2)!$, $(n+3)!$, $(n+4)!$ сандарының барлығы төрт нөлмен аяқталатының байқады. $(n+5)!$ саны неше нөлмен аяқталады?
17. Бүтін n санының екі натурал бөлгіші бар, ал $n+1$ санының үш натурал бөлгіші бар. $n+2$ санының неше натурал бөлгіші бар?
18. Екі велошабандоз бір уақытта, бір-біріне қарама-қарсы бағытта 11 және 14 км/сағ жылдамдығымен жолға шығады. Ең басында 2 велошабандоз арасындағы ара-қашықтық 75 км құрады. Бірінші велошабандозбен бір уақытта және бір бағытта 15 км/сағ жылдамдықпен шыбын ұшып шығып, екінші велошабандозбен кездескен кезде шыбын кері бұрылып бірінші велошабандозға қарай ұша бастайды. Шыбын осы әрекетін қайталап екі велошабандоз бір-бірімен кездескенге дейін араларында ұшып жүреді. Шыбын қанша км ұшып өтті?
19. Төмендегі суретте көрсетілген кубтың қырларымен жүргізілген диагональдері арасындағы бұрышты тап?



20. Бір түзуде 9 нүкте белгіленген, және екінші түзуде тағы 9 нүкте белгіленген. Осы екі түзудің қиылысу нүктесін 19-шы нүкте ретінде алған. Төбелері осы нүктелерде болатын қанша үшбұрыш бар?