## Математика пәнінен 2020 жылғы Республикалық жасөспірімдер олимпиадасының қорытынды кезеңі. 8 сынып

*Жұмыс уақыты – 2,5 сағат*
*Әр есеп 7 ұпайға бағаланады*

**№1.** $n$ — натурал сан болсын. $n$, $4n+17$, $7n+1$, $9n+7$ сандарының арасында ең көп дегенде неше жай сан бола алады?

**№2.** Теңбүйірлі $ABC$ үшбұрышында ($AC = BC$) $M$ нүктесі — $AB$ табанының ортасы. $M$ нүктесі $AC$ және $KL$ түзулерінен тең қашықтықта болатындай, $AC$ және $BC$ қабырғаларынан сәйкесінше $K$ және $L$ нүктелері алынған. $AK + BL \geqslant AB$ екенін дәлелдеңіз.

**№3.** Математикадан олимпиадаға қатысқан оқушыларға 4 есеп берілді. Әрбір есеп 0-ден 10-ға дейінгі бүтін сан болатын ұпаймен бағаланды. Олимпиаданың қорытындысын шығарғаннан кейін, кез келген екі қатысушы бірдей ұпай санын жинамағаны және ең көп ұпай жинаған төрт қатысушының ұпайларының қосындысы барлық қатысушының ұпайларының қосындысының дәл 1/4 бөлігін құрағаны белгілі болды. Олимпиадаға қатысқан оқушылардың ең үлкен мүмкін санын табыңыз.

## Заключительный этап Республиканской юниорской олимпиады по математике 2020 г. 8 класс

*Время работы – 2,5 часа*
*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**№1.** Пусть $n$ — натуральное число. Какое наибольшее количество чисел среди $n$, $4n+17$, $7n+1$, $9n+7$ могут быть простыми?

**№2.** Точка $M$ — середина основания $AB$ равнобедренного треугольника $ABC$ ($AC = BC$). На сторонах $AC$ и $BC$ выбраны точки $K$ и $L$ соответственно так, что точка $M$ равноудалена от прямых $AC$ и $KL$. Докажите, что $AK + BL \geqslant AB$.

**№3.** На олимпиаде школьников по математике участникам было предложено 4 задач, каждая из которых оценивалось целым числом баллов от 0 до 10. После подведения итогов олимпиады, оказалось, что никакие два участника не показали одинаковый результат, и сумма баллов четырех участников, набравших наибольшее количество баллов, составляет ровно 1/4 часть от общего числа баллов, набранных всеми участниками вместе. Найдите наибольшее возможное количество участников олимпиады.

## Математика пәнінен 2020 жылғы Республикалық жасөспірімдер олимпиадасының қорытынды кезеңі.
## 9 сынып

*Жұмыс уақыты – 2,5 сағат*
*Әр есеп 7 ұпайға бағаланады*

**№1.** $ABCD$ дөңес төртбұрышында $CD - AB = BC$ теңдігі орындалады. $B$ бұрышының сыртқы биссектрисасы мен $C$ бұрышының ішкі биссектрисасы $M$ нүктесінде қиылысады. $MA = MD$ екенін дәлелдеңіз.

**№2.** Теңдеулер жүйесін нақты сандар жиынында шешіңіз:

$$\begin{cases} a^3 - 12b^2 + 48b - 64 = 0, \\ b^3 - 12c^2 + 48c - 64 = 0, \\ c^3 - 12a^2 + 48a - 64 = 0. \end{cases}$$

**№3.** $n \geqslant 1$ бүтін саны мен $S = \{1, 2, \ldots, n\}$ жиыны берілген. $S$ жиынының бос емес ішкі $T$ жиыны үшін $f(T)$ арқылы $f(T) = \dfrac{1}{n+m-M}$ санын белгілейік, бұл жерде $m$ және $M$ сандары $T$-ның сәйкесінше ең кіші және ең үлкен элементтері. $A_1, A_2, \ldots, A_k$ арқылы $S$ жиынының барлық бос емес ішкі жиындарын белгілейік. $f(A_1) + f(A_2) + \ldots + f(A_k)$ қосындысын табыңыз.

## Заключительный этап Республиканской юниорской олимпиады по математике 2020 г.
## 9 класс

*Время работы – 2,5 часа*
*Каждая задача оценивается в 7 баллов*

**№1.** В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ выполнено равенство $CD - AB = BC$. Внешняя биссектриса угла $B$ и внутренняя биссектриса угла $C$ пересекаются в точке $M$. Докажите, что $MA = MD$.

**№2.** Решите систему уравнений в действительных числах:

$$\begin{cases} a^3 - 12b^2 + 48b - 64 = 0, \\ b^3 - 12c^2 + 48c - 64 = 0, \\ c^3 - 12a^2 + 48a - 64 = 0. \end{cases}$$

**№3.** Дано целое число $n \geqslant 1$ и множество $S = \{1, 2, \ldots, n\}$. Для непустого подмножества $T$ множества $S$, определим $f(T) = \dfrac{1}{n+m-M}$, где $m$ и $M$ соответственно наименьший и наибольший элементы $T$. Пусть $A_1, A_2, \ldots, A_k$ — все непустые подмножества множества $S$. Найдите сумму $f(A_1) + f(A_2) + \ldots + f(A_k)$.