

Олимпиада имени Шалтая Смагулова по математике

Второй тур, 7 класс, 19 ноября, 2017 г.

Результаты олимпиады появятся в течение недели на сайтах www.matol.kz и www.al-farabi.kz

1. В магазине продаются 16 говорящих попугаев. Каждый из них либо лжец (всегда врет), либо правдивый (всегда говорит правду). Каждый попугай находится в отдельной клетке. Все клетки одинаковы и расположены на подиуме в виде квадрата 4×4 . Когда в магазин зашел покупатель Ерболат, все попугаи хором произнесли: “Среди моих соседей правдивых и лжецов поровну!”. (Соседними считаются попугаи, сидящие в клетках, соседних по стороне)

а) Сколько лжецов могло быть среди этих попугаев? (Укажите все возможные количества)
(3 балла)

б) Если известно, что не все попугаи лжецы, то какое наименьшее количество попугаев может купить Ерболат так, чтобы среди них обязательно нашелся хотя бы один правдивый попугай?
(2 балла)

2. Можно ли в клетке таблицы

а) 5×6 **(2 балла)**

б) 6×6 **(4 балла)**

вписать числа 1 и -1 (в каждую клетку по одному числу) так, чтобы сумма чисел во всех строчках и во всех столбцах были разными?

3. Чтобы попасть в чудо страну, нужно пройти через девять ворот. Если человек, имеющий какое-то количество денег, пройдет через первые ворота, то количество его денег увеличится на 10%, если пройдет через вторые – то на 20%, ..., если через девятые – то на 90%. Известно, что путешественник, имеющий ненулевое количество денег, измеряющееся в целых числах, пройдя через все эти ворота вошел в страну также с целым количеством денег. Могло ли оказаться так, что в начале (перед тем как пройти первые ворота), у него было не более 777777 денег? **(5 баллов)**

4. Суммарный возраст десяти учеников, участвующих на олимпиаде, равен 130 годам. Докажите, что существует четверка учеников, сумма возрастов которых будет не меньше 51 года. Считайте, что возраст каждого ученика равен целому числу лет. **(7 баллов)**

5. n телефонов ($n \geq 3$) соединены проводами так, что каждый провод соединяет два телефона, каждая пара телефонов соединена не более чем одним проводом и от каждого телефона отходит не более двух проводов. Нужно закрасить провода (каждый провод целиком одной краской) так, чтобы от каждого телефона выходили провода разных цветов. Какого наименьшего числа красок достаточно для такой закрашки? **(7 баллов)**