

XX открытая городская Жаутыковская олимпиада. 1 тур I этапа
6 класс, математика

№1. $A > B > C > D > E > F$ және әр екі көршілес цифры 3-ке бөлінетін екі таңбалы сан құрайтындай, $\overline{ABCDEF}$ алты таңбалы санын табыңыздар.

Найдите шестизначное число $\overline{ABCDEF}$ такое, что: $A > B > C > D > E > F$ и каждые две соседние цифры образуют двузначное число делящееся на 3.

№2. 16575 санының барлық жай бөлгіштерінің қосындысын табыңыз.

Найдите сумму всех простых делителей числа 16575.

№3. $\frac{n}{3}$ және $3n$ сандары үш таңбалы сан болатындай, неше натурал n сандары бар?

Для скольких натуральных чисел n , числа $\frac{n}{3}$ и $3n$ будут трехзначными числами?

№4. $АЛМА+ЛМА+МА+А=2014$ ребусында, әртүрлі әріптерге әртүрлі цифрлар сәйкес келеді, ал бірдей әріптерге — бірдей цифрлар сәйкес келеді. М әрпі қандай цифрға сәйкес келеді?

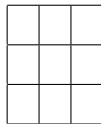
В ребусе $АЛМА+ЛМА+МА+А=2014$ различным буквам соответствуют различные цифры, а одинаковым буквам — одинаковые цифры. Какая цифра скрыта под буквой М?

№5. P — цифрларының қосындысының $13/4$ -ін құрайтын екі таңбалы сан. Егер P санына 36-ны қоссақ, цифрлары кері ретпен жазылған саны шығады. P санының мәнін табыңыздар.

P — двухзначное число, значение которого составляет $13/4$ от суммы всех его цифр. Если к P прибавить 36, то в результате получится число с теми же самыми цифрами, но записанным в обратном порядке. Найдите P .

№6. Төмендегі фигурада 14 шаршының аудандарының қосындысы 136 см^2 -қа тең. Осы 14 шаршылардың периметрлерінің қосындысын табыңыз.

Сумма площадей всех 14 квадратов на чертеже ниже равна 136 кв.см . Сколько см составляет сумма периметров этих 14 квадратов?



№7. Уақыт 19:16 болған кезде, тілшелі сағаттың минут тілшесі мен сағат тілшесінің арасындағы бұрыш неге градусқа тең?

Какой угол (в градусах) образуют часовая и минутная стрелки в 19:16?

№8. Наурыз айының аяғында сыныпта 25 оқушы (ер балалар және қыздар) ара қашықтықтан оқыды. Сәуір айында тағы 7 жаңа оқушы қосылды, сол кезде ер балалардың пайыздық үлесі 10 пайызға өсті (егер жыл басында $a\%$ болса, қазір — $(a + 10)\%$). Қазір сыныпта неше ер бала бар?

В конце марта в группе дистанционно обучались 25 учеников (мальчики и девочки). В апреле туда записались еще 7 новых учеников, и тогда процентный состав мальчиков увеличился на 10 (если в начале года он был $a\%$, то теперь — $(a + 10)\%$). Сколько теперь мальчиков в классе?

№9. Жауапты адамдардан құралған топ мүшелері, карантинде отырып, өзінен басқа барлық адамдарға хат жазды. Әр адамның жіберген хат саны бірдей болды және нәтижесінде барлығы, жалпы санағанда 440 хат алды. Осы адамдар тобында ең көп дегенде неше адам болуы мүмкін?

Компания из ответственных людей, сидя на карантине, вели переписку так, что каждое письмо получали все, кроме отправителя. Каждый написал одно и то же количество писем, в результате чего всеми вместе было получено 440 писем. Какое наибольшее количество людей могло быть в этой компании?

№10. Арай $\{\Phi, И, З, М, А, Т\}$ әріптерінен алты әріптен тұратын сөздер құрастырды да, сол сөздерді алфавит ретімен қойып шықты (сөздің жазылуындағы әріптер қайталанбайды). Тізімнің басы:
 АЗИМТФ,
 АЗИМФТ,

Сонда ФИЗМАТ сөзінің осы тізімдегі орнын анықтаңыздар?

Арай составила шестибуквенные слова перестановкой букв $\{\Phi, И, З, М, А, Т\}$ и записала их в алфавитном порядке, буквы в словах не повторяются. Начало списка:

АЗИМТФ,
 АЗИМФТ,

На каком месте стоит слово ФИЗМАТ?

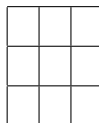
XX открытая городская Жаутыковская олимпиада. 1 тур I этапа 7 класс, математика

№1. $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{2020\text{—рет}} - 2021$ санының соңғы цифры нешеге тең?

Найдите последнюю цифру числа $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{2020\text{—раз}} - 2021$.

№2. Төмендегі фигурада 14 шаршының аудандарының қосындысы 136 см^2 -қа тең. Осы 14 шаршылардың периметрлерінің қосындысын табыңыз.

Сумма площадей всех 14 квадратов на чертеже ниже равна 136 кв.см . Сколько см составляет сумма периметров этих 14 квадратов?



№3. P — цифрларының қосындысының $13/4$ -ін құрайтын екі таңбалы сан. Егер P санына 36-ны қоссақ, цифрлары кері ретпен жазылған саны шығады. P санының мәнін табыңыздар.

P — двухзначное число, значение которого составляет $13/4$ от суммы всех его цифр. Если к P прибавить 36, то в результате получится число с теми же самыми цифрами, но записанным в обратном порядке. Найдите P .

№4. Егер $A = \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{14^2}\right) \left(1 - \frac{1}{15^2}\right)$ болса, $75 \cdot A$ -ны есептеңіз.

Пусть $A = \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{14^2}\right) \left(1 - \frac{1}{15^2}\right)$. Вычислите $75 \cdot A$.

№5. a , b және c нақты сандары келесі шартты қанағаттандырады: кез келген екеуінің айырмасының квадраты үшінші санға тең. $a + b + c$ қосындысының ең үлкен мәнін табыңыз.

Про действительные числа a , b и c известно, что каждое из них равно квадрату разности оставшихся двух чисел. Какое наибольшее значение может принимать сумма $a + b + c$?

№6. $A = \left(\frac{2bx}{x^2 - b^2} + \frac{x - b}{2x + 2b}\right) \cdot \frac{2x}{x + b} + \frac{b}{b - x}$ болсын. $x = 3,14$ және $b = 2,78$ болғандағы A -ның мәнін табыңыз.

Пусть $A = \left(\frac{2bx}{x^2 - b^2} + \frac{x - b}{2x + 2b}\right) \cdot \frac{2x}{x + b} + \frac{b}{b - x}$. Вычислите значение выражения A при $x = 3,14$ и $b = 2,78$.

№7. Бес санның екі-екіден қосындысын есептегенде, келесі сандар шықты: 5, 7, 8, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 17. Осы бес санның көбейтіндісін табыңыз.

У набора из пяти чисел вычислены все попарные суммы. Получены числа: 5, 7, 8, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 17. Найдите произведение всех этих пяти чисел.

№8. Дөңес $ABCDE$ бесбұрышы берілген. Егер $\angle BEC = 2\angle ACE$, $\angle CAD = 3\angle ACE$, $\angle ADB = \angle EBD = 1,5\angle ACE$ болса, $\angle ACE$ бұрышының градусық мөлшері қандай?

Дан выпуклый пятиугольник $ABCDE$. Скольким градусам равен $\angle ACE$, если $\angle BEC = 2\angle ACE$, $\angle CAD = 3\angle ACE$, $\angle ADB = \angle EBD = 1,5\angle ACE$?

№9. $y^4 + 9x^2 - 4y^2 - 30x + 29 = 0$ болса, $19y^2 + 99x$ өрнегінің мәні нешеге тең?

Известно, что $y^4 + 9x^2 - 4y^2 - 30x + 29 = 0$. Вычислите значение выражения $19y^2 + 99x$.

№10. Шахмат жарысына қыздар мен ұлдар қатысты. Жарысқа қатысқан қыздар саны, ұлдар санынан екі есе көп екені белгілі. Жарыста әр ойыншы әрбір ойыншымен бір реттен ойнады. Жарыстың соңында ешбір ойында тең ойын болмағаны анықталды. Егерде барлық қыздардың жеңістерінің қосындысы барлық ұлдардың жеңістерінің қосындысына қатынасы $7/9$ -не тең болса, жарыста қанша адам қатысқаның табыңыз.

В круговом турнире по шахматам участвовали девочки и мальчики, причем девочек было в два раза больше, чем мальчиков. Каждый сыграл с каждым ровно один раз. В конце турнира выяснилось, что не было ни одной ничьи и соотношение побед всех девочек к победам всех мальчиков равно $7/9$. Сколько всего детей участвовало в турнире?

XX открытая городская Жаутыковская олимпиада. 1 тур I этапа 8 класс, математика

№1. $a_1, a_2, a_3, \dots$, сандар тізбегі келесідей анықталған: $a_n = n/2^n$, кез келген натурал n үшін. Келесі өрнектің мәнін анықтаңыз: $256(a_1 + a_2 + \dots + a_{10})$.

Члены последовательности $a_1, a_2, a_3, \dots$, определены следующим образом: $a_n = n/2^n$ для любого натурального n . Вычислите значение выражения $256(a_1 + a_2 + \dots + a_{10})$.

№2. Коэффициенттері рационал болатын $x^2 + ax + b = 0$ теңдеуінің $1 + \sqrt{3}$ санына тең түбірі бар. $3a^2 + 4b^2$ өрнегінің мәнін анықтаңыз.

Известно, что уравнение $x^2 + ax + b = 0$ с рациональными коэффициентами имеет корень $1 + \sqrt{3}$. Найдите значение выражения $3a^2 + 4b^2$.

№3. $y^4 + 9x^2 - 4y^2 - 30x + 29 = 0$ болса, $19y^2 + 99x$ өрнегінің мәні нешеге тең?

Известно, что $y^4 + 9x^2 - 4y^2 - 30x + 29 = 0$. Вычислите значение выражения $19y^2 + 99x$.

№4. Дөңес көпбұрыштың ішкі бұрыштарының қосындысы 2020° -тан аспайтыны белгілі болса, онда осы көпбұрышта ең көп дегенде неше қабырға бола алады?

Известно, что сумма внутренних углов выпуклого многоугольника не превосходит 2020° . Какое наибольшее количество сторон может быть у этого многоугольника?

№5. Соңғы цифры санның өзінен 2016 есе кіші болатын сандардың ішінде ең үлкенін табыңыз.

Среди всех натуральных чисел, в записи которого последняя цифра в 2016 раз меньше самого числа, найдите наибольшее.

№6. Кешке қарай үш АА, ББ және ВВ тролльдары үнгірде тапқан тастарды өзара бөліп алды: АА және ББ 12 тастан, ал қалғанын санай алмайтын ВВ троллі алды. Түнде АА ББ-дан, ББ ВВ-дан, ал ВВ АА-дан бір тастан ұрлап алды. Сонда АА-ның тастарының орташа массасы 1 граммға азайған, ББ-ның тастарының орташа массасы 2 граммға азайған, ал ВВ-ның тастарының орташа массасы 4 граммға ұлғайған. ВВ-ға қанша тас түскен?

Три тролля АА, ББ и ВВ вечером поделили камни, добытые за день в пещере: по двенадцать АА и ББ, а остальные — ВВ, который считать не умел. Ночью АА у ББ, ББ у ВВ, а ВВ у АА по одному камню. В результате средняя масса камней у АА уменьшилась на один грамм, у ББ уменьшилась на два грамма, зато у ВВ увеличилась на четыре грамма. Сколько камней досталось ВВ?

№7. Сүйірбұрышты ABC үшбұрышында AA_1 және BB_1 биіктіктері жүргізілген. $AB = 13$, $A_1B_1 = 5$ екені белгілі. $13 \cdot \sin \angle ACB$ өрнегінің мәнін есептеңіз.

В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Известно, что $AB = 13$, $A_1B_1 = 5$. Вычислите $13 \cdot \sin \angle ACB$.

№8. $||x| - 1| - 2| = \frac{17}{19}$ теңдеуінің қанша түбірі бар?

Найдите количество корней уравнения $||x| - 1| - 2| = \frac{17}{19}$.

№9. $\overline{ab16c}$ түріндегі 16-ға бөлінетін бестанбалы қанша сан бар? Бұл жерде a, b, c — кез-келген цифрлар, міндетті түрде әртүрлі емес.

Найдите количество пятизначных чисел вида $\overline{ab16c}$, кратных 16. Здесь a, b, c — произвольные цифры, не обязательно разные.

№10. $ABCD$ квадраты берілген. P нүктесі BC қабырғасында жатыр, $AP = 4$. BB_1 , CC_1 және DD_1 сәйкесінше B , C және D төбелерінен AP түзуіне түсірілген перпендикулярлар. Егер $BB_1 + CC_1 + DD_1 = 6$ екені белгілі болса, APD үшбұрышының ауданын табыңыздар.

Дан квадрат $ABCD$. Точка P лежит на стороне BC , $AP = 4$. Пусть BB_1 , CC_1 и DD_1 перпендикуляры опущенные из вершин B , C и D на прямую AP соответственно. Если $BB_1 + CC_1 + DD_1 = 6$, то найдите площадь треугольника APD .