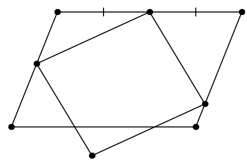
И. В. Шарыгин атындағы геометриядан 14-ші Бүкілресейлік олимпиада
Геометриядан 16-шы ауызша олимпиада
Мәскеу қаласы, 15 сәуір, 2018 ж.

8–9 сыныптар

№ 1. Екі параллелограм суретте көрсетілгендей орналасқан. Қандай да бір параллелограмның диагоналы басқа параллелограммның диагоналдар қиылысу нүктесі арқылы өтетінін дәлелдеңіз.



№ 2. Табандары BC және AD болатын $ABCD$ трапециясында, C бұрышының биссектрисасы мен A бұрышының сыртқы бұрышының биссектрисасы M, ал B бұрышының биссектрисасы мен D бұрышының сыртқы бұрышының биссектрисасы N нүктесінде қиылысады. MN кесіндісінің ортасы AB және CD түзулерінен бірдей қашықтықта орналасқанын дәлелдеңіз.

№ 3. ABC үшбұрышында CA және AB қабырғаларының созындыларында (сәйкесінше A және B нүктелерінен әрі) $AE = BC$ және $BF = AC$ кесінділері алынған. Шеңбер BF кесіндісін N нүктесінде, BC қабырғасын және AC қабырғасының C-дан әрі созындысын жанайды. M нүктесі EF кесіндісінің ортасы. MN түзуі A бұрышының биссектрисасына параллель екенін дәлелдеңіз.

№ 4. ABC үшбұрышы мен ($AB > AC$) оған сырттай сызылған шеңбер берілген. Циркуль мен сызғыштың көмегі арқылы, екіден көп емес сызық жүргізу арқылы BC доғасының (A нүктесін қамтымайтын) ортасын сызыңыз.

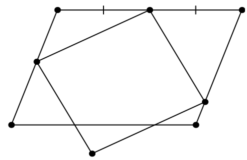
№ 5. ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбер мен C төбесі тұрақты. H ортоцентр центрі C болатын шеңбер бойымен қозғалады. A және B төбелерінен түсірілген биіктіктерінің табандарын қосатын кесінділердің орталарының нүктелер жиынын табыңыз.

№ 6. Қабырғалары 2 және 3 болатын екі теңқабырғалы үшбұрыш берілген. Осы үшбұрыштардың әрқайсысын үш бөлікке бөліп, пайда болған бөліктердің барлығын қолданып, теңқабырғалы үшбұрыш құрастырыңыз.

И. В. Шарыгин атындағы геометриядан 14-ші Бүкілресейлік олимпиада
Геометриядан 16-шы ауызша олимпиада
Мәскеу қаласы, 15 сәуір, 2018 ж.

8–9 сыныптар

№ 1. Екі параллелограм суретте көрсетілгендей орналасқан. Қандай да бір параллелограмның диагоналы басқа параллелограммның диагоналдар қиылысу нүктесі арқылы өтетінін дәлелдеңіз.



№ 2. Табандары BC және AD болатын $ABCD$ трапециясында, C бұрышының биссектрисасы мен A бұрышының сыртқы бұрышының биссектрисасы M, ал B бұрышының биссектрисасы мен D бұрышының сыртқы бұрышының биссектрисасы N нүктесінде қиылысады. MN кесіндісінің ортасы AB және CD түзулерінен бірдей қашықтықта орналасқанын дәлелдеңіз.

№ 3. ABC үшбұрышында CA және AB қабырғаларының созындыларында (сәйкесінше A және B нүктелерінен әрі) $AE = BC$ және $BF = AC$ кесінділері алынған. Шеңбер BF кесіндісін N нүктесінде, BC қабырғасын және AC қабырғасының C-дан әрі созындысын жанайды. M нүктесі EF кесіндісінің ортасы. MN түзуі A бұрышының биссектрисасына параллель екенін дәлелдеңіз.

№ 4. ABC үшбұрышы мен ($AB > AC$) оған сырттай сызылған шеңбер берілген. Циркуль мен сызғыштың көмегі арқылы, екіден көп емес сызық жүргізу арқылы BC доғасының (A нүктесін қамтымайтын) ортасын сызыңыз.

№ 5. ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбер мен C төбесі тұрақты. H ортоцентр центрі C болатын шеңбер бойымен қозғалады. A және B төбелерінен түсірілген биіктіктерінің табандарын қосатын кесінділердің орталарының нүктелер жиынын табыңыз.

№ 6. Қабырғалары 2 және 3 болатын екі теңқабырғалы үшбұрыш берілген. Осы үшбұрыштардың әрқайсысын үш бөлікке бөліп, пайда болған бөліктердің барлығын қолданып, теңқабырғалы үшбұрыш құрастырыңыз.

И. В. Шарыгин атындағы геометриядан 14-ші Бүкілресейлік олимпиада
Геометриядан 16-шы ауызша олимпиада
Мәскеу қаласы, 15 сәуір, 2018 ж.

10–11 сыныптар

№ 1. C бұрышы тік болатын ABC үшбұрышының AK және BN биссектрисаларына CD және CE перпендикулярлары жүргізілген. DE кесіндісінің ұзындығы үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусына тең екенін дәлелдеңіз.

№ 2. $ABCD$ трапециясының диагоналдары өзара перпендикуляр. M нүктесі AB бүйір қабырғасының ортасы, ал N нүктесі ABD үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің центріне AD-ға қарағандағы симметриялы нүкте. $\angle CMN = 90°$ екенін дәлелдеңіз.

№ 3. Шеңбер, шеңбердегі A нүктесі және шеңберден тыс K нүктесі тұрақты. K нүктесі арқылы өтетін қиюшы шеңберді P және Q нүктесінде қияды. APQ үшбұрышының ортоцентрлері тұрақты шеңбердің бойында жататынын дәлелдеңіздер.

№ 4. ABC үшбұрышының AB қабырғасында M нүктесі белгіленген. ACM үшбұрышында I_1 нүктесі іштей сызылған, ал J_1 нүктесі CM қабырғасын жанайтын іштейсырт шеңбердің центрі. BCM үшбұрышында I_2 нүктесі іштей сызылған, ал J_2 нүктесі CM қабырғасын жанайтын іштейсырт шеңбердің центрі. I_1I_2 және J_1J_2 кесінділерінің орталары арқылы өтетін түзу AB-ға перпендикуляр екенін дәлелдеңіз.

№ 5. Жақтары тең болатын тетраэдрдің беттерінде екі құмырсқа отыр. Құмырсқалар ұзындығы тетраэдрдің жағына сырттай сызылған шеңбердің диаметрінен аспайтын жол жүру арқылы кездесе алатынын дәлелдеңіз.

№ 6. O нүктесі ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбер центрі. BOC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбер AB және AC қабырғаларын A_1 және A_2 нүктелерінде қияды. ω_A арқылы AA_1A_2 шеңберіне сырттай сызылған шеңберді белгілейік. Дәл сол сияқты ω_B және ω_C шеңберлерін анықтайық. Осылай анықталған үш шеңбер ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің бойында қиылысатынын дәлелдеңіз.

И. В. Шарыгин атындағы геометриядан 14-ші Бүкілресейлік олимпиада
Геометриядан 16-шы ауызша олимпиада
Мәскеу қаласы, 15 сәуір, 2018 ж.

10–11 сыныптар

№ 1. C бұрышы тік болатын ABC үшбұрышының AK және BN биссектрисаларына CD және CE перпендикулярлары жүргізілген. DE кесіндісінің ұзындығы үшбұрышқа іштей сызылған шеңбердің радиусына тең екенін дәлелдеңіз.

№ 2. $ABCD$ трапециясының диагоналдары өзара перпендикуляр. M нүктесі AB бүйір қабырғасының ортасы, ал N нүктесі ABD үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің центріне AD-ға қарағандағы симметриялы нүкте. $\angle CMN = 90^\circ$ екенін дәлелдеңіз.

№ 3. Шеңбер, шеңбердегі A нүктесі және шеңберден тыс K нүктесі тұрақты. K нүктесі арқылы өтетін қиюшы шеңберді P және Q нүктесінде қияды. APQ үшбұрышының ортоцентрлері тұрақты шеңбердің бойында жататынын дәлелдеңіздер.

№ 4. ABC үшбұрышының AB қабырғасында M нүктесі белгіленген. ACM үшбұрышында I_1 нүктесі іштей сызылған, ал J_1 нүктесі CM қабырғасын жанайтын іштейсырт шеңбердің центрі. BCM үшбұрышында I_2 нүктесі іштей сызылған, ал J_2 нүктесі CM қабырғасын жанайтын іштейсырт шеңбердің центрі. I_1I_2 және J_1J_2 кесінділерінің орталары арқылы өтетін түзу AB-ға перпендикуляр екенін дәлелдеңіз.

№ 5. Жақтары тең болатын тетраэдрдің беттерінде екі құмырсқа отыр. Құмырсқалар ұзындығы тетраэдрдің жағына сырттай сызылған шеңбердің диаметрінен аспайтын жол жүру арқылы кездесе алатынын дәлелдеңіз.

№ 6. O нүктесі ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбер центрі. BOC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбер AB және AC қабырғаларын A_1 және A_2 нүктелерінде қияды. ω_A арқылы AA_1A_2 шеңберіне сырттай сызылған шеңберді белгілейік. Дәл сол сияқты ω_B және ω_C шеңберлерін анықтайық. Осылай анықталған үш шеңбер ABC үшбұрышына сырттай сызылған шеңбердің бойында қиылысатынын дәлелдеңіз.