

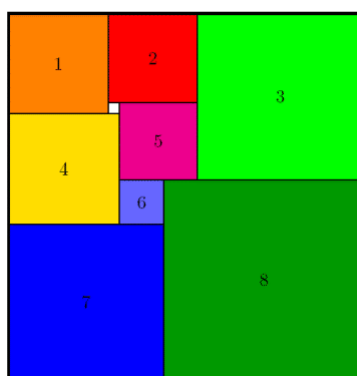
Республиканская юниорская олимпиада, 2017-2018 учебный год
7 класс, математика

№1. За круглым столом сидят рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда лгут и хитрецы, которые могут лгать или говорить правду по своему выбору. Всего 2018 человек. Каждый из сидящих произнёс две фразы: «Мой левый сосед — лжец». «Мой правый сосед — хитрец». Какое наименьшее количество хитрецов могло сидеть за этим столом?

№2. Встретились несколько друзей. Каждый из них обменялся рукопожатием с каждым, кроме Кайрата, который, будучи не в духе, некоторым пожал руку, а некоторым — нет. Всего было сделано 222 рукопожатия. Сколько рукопожатий сделал Кайрат?

№3. На продолжении стороны AB за точку B треугольника ABC выбрана точка D так, что $AB = BD = AF$, где точка F — середина BC . Отрезок DF продолжили до пересечения со стороной AC в точке E . Докажите, что $CE = EF$.

№4. Прямоугольник разрезан на 9 квадратов, как показано на рисунке. Сторона маленького белого квадрата равна 1. Найти стороны большого прямоугольника.



№5. В числе $17 * 04 * 20 * 18 *$ каждую из четырёх звёздочек нужно заменить на любую из цифр так, чтобы полученное число делилось на 45. Сколькими различными способами это можно сделать?

№6. Найдите все натуральные числа x и y такие, что $3 \cdot \text{НОД}(x, y) + x = 2020$, $\text{НОК}(x, y) + 2y = 2018$. (Здесь $\text{НОД}(x, y)$ — наибольший общий делитель чисел x и y , $\text{НОК}(x, y)$ — наименьшее общее кратное чисел x и y).

№7. 2018 волейбольных команд сыграли однокруговой турнир (каждая с каждой сыграла по одному разу), причем в каждом матче играли команды, имевшие к началу этого матча поровну очков. Сколько очков набрала команда-победительница? За победу в волейболе дают 1 очко, за поражение 0 очков, ничьих не бывает.

№8. Обезьяна хочет определить, из окна какого самого низкого этажа 10-этажного дома нужно бросить кокосовый орех, чтобы он разбился. Она знает, что если кинуть кокосовый орех с окна 4 этажа, то он не разобьётся. Какое минимальное количество бросков потребует обезьяне, чтобы гарантированно удовлетворить свое любопытство, если у нее есть два ореха (орехи одинаковые по своим ударопрочным характеристикам)?

№9. Квадрат 9×9 разрезан на квадраты 2×2 и «уголки» из трех клеток. Какое наибольшее количество квадратов 2×2 могло при этом получиться?

№10. Все стороны выпуклого пятиугольника $ABCDE$ равны, а $\angle BD = 2\angle ACE$. Найдите $\angle ACE$.