

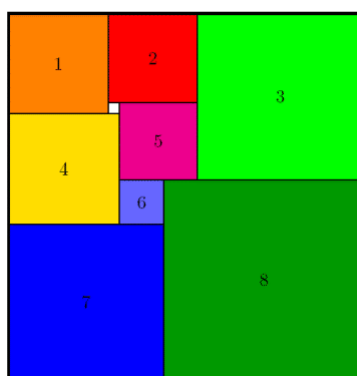
**Республиканская юниорская олимпиада, 2017-2018 учебный год**  
**7 класс, математика**

**№1.** За круглым столом сидят рыцари, которые всегда говорят правду, лжецы, которые всегда лгут и хитрецы, которые могут лгать или говорить правду по своему выбору. Всего 2018 человек. Каждый из сидящих произнёс две фразы: «Мой левый сосед — лжец». «Мой правый сосед — хитрец». Какое наименьшее количество хитрецов могло сидеть за этим столом?

**№2.** Встретились несколько друзей. Каждый из них обменялся рукопожатием с каждым, кроме Кайрата, который, будучи не в духе, некоторым пожал руку, а некоторым — нет. Всего было сделано 222 рукопожатия. Сколько рукопожатий сделал Кайрат?

**№3.** На продолжении стороны  $AB$  за точку  $B$  треугольника  $ABC$  выбрана точка  $D$  так, что  $AB = BD = AF$ , где точка  $F$  — середина  $BC$ . Отрезок  $DF$  продолжили до пересечения со стороной  $AC$  в точке  $E$ . Докажите, что  $CE = EF$ .

**№4.** Прямоугольник разрезан на 9 квадратов, как показано на рисунке. Сторона маленького белого квадрата равна 1. Найти стороны большого прямоугольника.



**№5.** В числе  $17 * 04 * 20 * 18 *$  каждую из четырёх звёздочек нужно заменить на любую из цифр так, чтобы полученное число делилось на 45. Сколькими различными способами это можно сделать?

**№6.** Найдите все натуральные числа  $x$  и  $y$  такие, что  $3 \cdot \text{НОД}(x, y) + x = 2020$ ,  $\text{НОК}(x, y) + 2y = 2018$ . (Здесь  $\text{НОД}(x, y)$  — наибольший общий делитель чисел  $x$  и  $y$ ,  $\text{НОК}(x, y)$  — наименьшее общее кратное чисел  $x$  и  $y$ ).

**№7.** 2018 волейбольных команд сыграли однокруговой турнир (каждая с каждой сыграла по одному разу), причем в каждом матче играли команды, имевшие к началу этого матча поровну очков. Сколько очков набрала команда-победительница? За победу в волейболе дают 1 очко, за поражение 0 очков, ничьих не бывает.

**№8.** Обезьяна хочет определить, из окна какого самого низкого этажа 10-этажного дома нужно бросить кокосовый орех, чтобы он разбился. Она знает, что если кинуть кокосовый орех с окна 4 этажа, то он не разобьётся. Какое минимальное количество бросков потребует обезьяне, чтобы гарантированно удовлетворить свое любопытство, если у нее есть два ореха (орехи одинаковые по своим ударопрочным характеристикам)?

**№9.** Квадрат  $9 \times 9$  разрезан на квадраты  $2 \times 2$  и «уголки» из трех клеток. Какое наибольшее количество квадратов  $2 \times 2$  могло при этом получиться?

**№10.** Все стороны выпуклого пятиугольника  $ABCDE$  равны, а  $\angle BD = 2\angle ACE$ . Найдите  $\angle ACE$ .